

УДК 621.396

Одноэтапный когерентно-некогерентный алгоритм определения угловой ориентации объекта по сигналам спутниковой радионавигационной системы

© Авторы, 2014

© ЗАО «Издательство «Радиотехника», 2014

А.И. Перов – д.т.н., проф., зав. кафедрой радиотехнических систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Проведен синтез оптимального одноэтапного когерентно-некогерентного алгоритма определения угловой ориентации объекта по сигналам спутниковой радионавигационной системы. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность синтезированного алгоритма.

Ключевые слова: спутниковые радионавигационные системы, аппаратура потребителей, угловая ориентация, одноэтапный алгоритм.

Synthesis of one-stage coherent-noncoherent algorithm of base line angular attitude estimation using satellite navigation radio signals is performed. There are made modeling results that illustrates efficiency of the synthesized algorithm.

Keywords: space radio navigation systems, user apparatus, angular attitude, one-stage algorithm.

Спутниковые радионавигационные системы (СРНС) в настоящее время широко используются для решения различных технических задач, в том числе с извлечением информации из фаз принимаемых сигналов [1]. Одним из таких приложений является определение углов ориентации по сигналам СРНС, принимаемых в пространственно разнесенных точках. В [1] описан алгоритм определения угловой ориентации, использующий двухэтапную обработку. На первом этапе осуществляется слежение за разностью фаз сигналов, принимаемых в пространственно разнесенных точках, а на втором этапе из измеренных разностей фаз извлекается информация об углах ориентации. При этом для слежения за разностью фаз предложен когерентно-некогерентный алгоритм обработки [2, 3], позволяющий повысить помехоустойчивость приема сигналов. В то же время в [1] показано, что в обычной навигационной аппаратуре перспективным является одноэтапная обработка сигналов, при которой не осуществляется слежение за параметрами сигнала с последующим определением координат объекта, а сразу в едином модуле реализуются алгоритмы непосредственного определения координат объекта. Устройства с одноэтапной обработкой спутниковых радиосигналов позволяют повысить точность определения координат и помехоустойчивость аппаратуры по сравнению с устройствами, построенными на принципе двухэтапной обработки. Идеология одноэтапной обработки для определения ориентации базовой линии описана в [4]. Цель работы – синтез оптимального одноэтапного когерентно-некогерентного алгоритма оценивания угловой ориентации объекта по сигналам спутниковой радионавигационной системы.

Постановка задачи синтеза

Рассмотрим геоцентрическую систему координат $OXYZ$, жестко связанную с Землей (рис. 1), и треугольник ABC , задающий базовую плоскость, с которой жестко свяжем систему координат (СК) $O_cX_cY_cZ_c$, центр которой O_c расположен в плоскости ABC , ось O_cX_c направлена вдоль линии AB , ось O_cY_c лежит в базовой плоскости, ось O_cZ_c дополняет систему координат до правосторонней.

Ориентация треугольник ABC в СК $OXYZ$ определяется углами Эйлера α , β и γ или в векторной форме $\alpha = |\alpha \ \beta \ \gamma|^T$, которые определяются углами поворота СК $O_cX_cY_cZ_c$ относительно СК $OXYZ$.

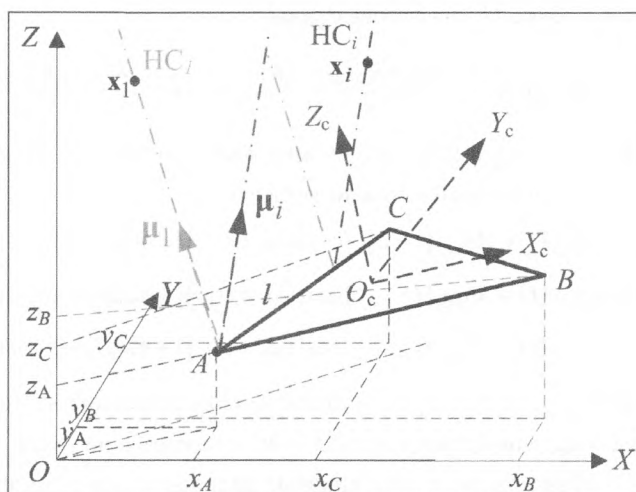


Рис. 1

Положим, что треугольник ABC движется в СК $OXYZ$, так что вектор углов ориентации меняется во времени, т.е. $\alpha(t)$.

В точках A , B и C принимаются радиосигналы от n навигационных спутников (НС).

Ставится задача в результате обработки принимаемых радиосигналов синтезировать оптимальную систему фильтрации вектора углов $\alpha(t)$.

Введем направляющие косинусы i -го НС, определив их, например, относительно точки O_c , и полагая их одинаковыми и для всех других точек треугольника ABC (что допустимо при малых размерах треугольника относительно расстояний до НС):

$$\mu_{xi} = \frac{x_i - x_{O_c}}{R_i}, \quad \mu_{yi} = \frac{y_i - y_{O_c}}{R_i}, \quad \mu_{zi} = \frac{z_i - z_{O_c}}{R_i},$$

где x_{O_c} , y_{O_c} , z_{O_c} – координаты точки O_c в СК $OXYZ$; R_i – дальность до i -го НС.

Введем единичные векторы $\mu_{НС,i} = [\mu_{xi} \ \mu_{yi} \ \mu_{zi}]^T$, $i = \overline{1, n}$, в СК $OXYZ$ и единичные вектора $\mathbf{1}_{AO_c,c}$, $\mathbf{1}_{BO_c,c}$, $\mathbf{1}_{CO_c,c}$, задающие направления точек A , B и C относительно точки O_c в СК $O_cX_cY_cZ_c$.

Преобразуем единичные векторы $\mathbf{1}_{AO_c,c}$, $\mathbf{1}_{BO_c,c}$, $\mathbf{1}_{CO_c,c}$, заданные в СК $O_cX_cY_cZ_c$ в вектора $\mathbf{1}_{AO_c,3}$, $\mathbf{1}_{BO_c,3}$, $\mathbf{1}_{CO_c,3}$ в СК $OXYZ$

$$\mathbf{1}_{AO_c,3}(\alpha) = U_c^3(\alpha)\mathbf{1}_{AO_c,c}, \quad \mathbf{1}_{BO_c,3}(\alpha) = U_c^3(\alpha)\mathbf{1}_{BO_c,c}, \quad \mathbf{1}_{CO_c,3}(\alpha) = U_c^3(\alpha)\mathbf{1}_{CO_c,c}, \quad (1)$$

где U_c^3 – матрица преобразования координат из СК $O_cX_cY_cZ_c$ в СК $OXYZ$, определяемая как

$$U_c^3(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Рассмотрим спутниковый радиосигнал с кодовым разделением, приходящий от i -го НС в точку O_c , для которого запишем выражение

$$s_{0,i}(t) = Ah_{дк,i}(t - \tau_{0,i}) \cos((\omega_0 + \omega_{д,i})t + \pi\vartheta_{НС,i} + \varphi_{0,i}), \quad (3)$$

где A – амплитуда; ω_0 – несущая частота сигнала; $\omega_{д,i}$ – доплеровское смещение частоты, обусловленное движением точки A (O_c) треугольника ABC ; $\tau_{0,i}$ – задержка огибающей сигнала; $\varphi_{0,i}$ – постоянная составляющая фазы сигнала, включающая начальную фазу излученного сигнала, задержки сигнала в передающей аппаратуре НС, по трассе распространения и др.; $h_{дк,i}(t)$ – дальномерный код сигнала; $\vartheta_{НС,i}$ – навигационные данные, принимающие значение 0 или 1.

В точках A , B и C принимаемые сигналы сдвинуты по фазе относительно аналогичных сигналов, принимаемый в точке O_c , на фазовые углы

$$\psi_{A,i}(\alpha) = \frac{2\pi L_{AO_c} \mu_{НС,i}^T \mathbf{1}_{AO_c,3}(\alpha)}{\lambda}, \quad \psi_{B,i}(\alpha) = \frac{2\pi L_{BO_c} \mu_{НС,i}^T \mathbf{1}_{BO_c,3}(\alpha)}{\lambda}, \quad \psi_{C,i}(\alpha) = \frac{2\pi L_{CO_c} \mu_{НС,i}^T \mathbf{1}_{CO_c,3}(\alpha)}{\lambda}, \quad (4)$$

где L_{AO_c} , L_{BO_c} , L_{CO_c} – расстояние между точкой O_c и точками A , B и C соответственно.

Следовательно, можно записать

$$\begin{aligned} s_{A,i}(t) &= Ah_{дк,i}(t - \tau_{A,i}) \cos((\omega_0 + \omega_{д,i})t + \pi\vartheta_{НС,i} + \varphi_{0,i} + \psi_{A,i}(\alpha) + \omega_{A,\psi,i}t), \\ s_{B,i}(t) &= Ah_{дк,i}(t - \tau_{B,i}) \cos((\omega_0 + \omega_{д,i})t + \pi\vartheta_{НС,i} + \varphi_{0,i} + \psi_{B,i}(\alpha) + \omega_{B,\psi,i}t), \\ s_{C,i}(t) &= Ah_{дк,i}(t - \tau_{C,i}) \cos((\omega_0 + \omega_{д,i})t + \pi\vartheta_{НС,i} + \varphi_{0,i} + \psi_{C,i}(\alpha) + \omega_{C,\psi,i}t), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\omega_{A,\psi,i}$, $\omega_{B,\psi,i}$, $\omega_{C,\psi,i}$ – доплеровские смещения частот сигналов в точках A , B и C соответственно, обусловленные вращением треугольника ABC относительно точки O_c .

При приеме n спутниковых радиосигналов суммарные сигналы на малых временных интервалах (например, равным периоду дальномерного кода) описываются выражениями

$$\begin{aligned}
 s_A(t) &= \sum_{i=1}^n s_{A,i}(t) = \sum_{i=1}^n Ah_{\text{дк},i}(t - \tau_{A,i}) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{д},i})t + \pi\vartheta_{\text{НС},i} + \varphi_{0,i} + \psi_{A,i}(\alpha) + \omega_{A,\psi,i}t), \\
 s_B(t) &= \sum_{i=1}^n s_{B,i}(t) = \sum_{i=1}^n Ah_{\text{дк},i}(t - \tau_{B,i}) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{д},i})t + \pi\vartheta_{\text{НС},i} + \varphi_{0,i} + \psi_{B,i}(\alpha) + \omega_{B,\psi,i}t), \\
 s_C(t) &= \sum_{i=1}^n s_{C,i}(t) = \sum_{i=1}^n Ah_{\text{дк},i}(t - \tau_{C,i}) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{д},i})t + \pi\vartheta_{\text{НС},i} + \varphi_{0,i} + \psi_{C,i}(\alpha) + \omega_{C,\psi,i}t).
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Запишем уравнения наблюдений в точках A, B и C

$$y_A(t) = s_A(t) + n_A(t), \quad y_B(t) = s_B(t) + n_B(t), \quad y_C(t) = s_C(t) + n_C(t),$$

где $n_A(t)$, $n_B(t)$ и $n_C(t)$ – независимые белые гауссовские шумы с равными двусторонними спектральными плотностями $N_0/2$.

Введем векторное наблюдение $y(t) = [y_A(t) \quad y_B(t) \quad y_C(t)]^T$, для которого запишем

$$y(t) = s(t) + n(t),$$

где $s(t) = [s_A(t) \quad s_B(t) \quad s_C(t)]^T$, $n(t) = [n_A(t) \quad n_B(t) \quad n_C(t)]^T$ – векторный белый гауссовский шум с матрицей двусторонних спектральных плотностей $N_0 = IN_0/2$.

В дальнейшем вместо непрерывного времени будем рассматривать дискретное время с двойной индексацией, т.е. $t \rightarrow t_{k,j}$, $j = 0, M$.

Динамику изменения вектора углов ориентации зададим уравнениями

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} + T\mathbf{v}_{\alpha,k-1}, \quad \mathbf{v}_{\alpha,k} = \mathbf{v}_{\alpha,k-1} + \xi_{\alpha,k-1}, \tag{7}$$

где $\xi_{\alpha,k-1}$ – вектор дискретных белых гауссовских шумов с матрицей дисперсий \mathbf{D}_{ξ} .

Синтез оптимального алгоритма фильтрации углов ориентации

Введем вектор состояния $\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} \alpha_k \\ \mathbf{v}_{\alpha,k} \end{bmatrix}$, для которого запишем матричное уравнение

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{F}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_{\alpha,k-1}, \tag{8}$$

где $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & T\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$, $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$, \mathbf{I} – единичная матрица размером 3×3 .

Запишем уравнения оптимальной фильтрации вектора \mathbf{X}_k в гауссовском приближении [1], полагая задержки $\tau_{A,i}$, $\tau_{B,i}$, $\tau_{C,i}$ и доплеровские смещения частот $\omega_{\text{д},i}$, $\omega_{B,\psi,i}$, $\omega_{C,\psi,i}$, $i = \overline{1, n}$, известными:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \tilde{\mathbf{X}}_k + \mathbf{D}_{\mathbf{X},k} \left(\frac{\partial F_k(\tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \mathbf{X}} \right)^T, \quad \tilde{\mathbf{X}}_k = \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}_{k-1} \tag{9);(10}$$

$$\tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{X},k} = \mathbf{F}\mathbf{D}_{\mathbf{X},k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{D}_{\xi}\mathbf{G}^T, \quad \mathbf{D}_{\mathbf{X},k} = \tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{X},k}^{-1} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \left(\frac{\partial F_k(\tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \mathbf{X}} \right)^T, \tag{11);(12}$$

где $\hat{\mathbf{X}}_k$ – оценка фильтруемого процесса; $\tilde{\mathbf{X}}_k$ – экстраполированная оценка процесса; $\mathbf{D}_{\mathbf{X},k}$ – матрица дисперсий ошибок фильтрации; $\tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{X},k}$ – матрица дисперсий ошибок экстраполяции;

$$F_k(\mathbf{X}_k) = \ln p(\mathbf{Y}_{k-1,1}^k | \mathbf{X}_k). \tag{13}$$

Запишем сигнальные функции (6) в дискретном времени для моментов $t_{k,j} \in [t_{k,1}, t_{k,M}]$, где $t_{k,j} = t_k + iT_d$, T_d – шаг дискретизации АЦП, $MT_d = T$ – интервал времени, кратный периоду дальномерного кода,

$$\begin{aligned}
 s_{A,i,k,l} &= \sum_{i=1}^n Ah_{\text{лк},i}(t_{k,l} - \tau_{A,i,k}) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{л},i,k})t_{k,l} + \pi\vartheta_{\text{НС},i,k} + \varphi_{0,i} + \psi_{A,i}(\mathbf{a}) + \omega_{A,\psi,i}t), \\
 s_{B,i,k,l} &= \sum_{i=1}^n Ah_{\text{лк},i}(t_{k,l} - \tau_{B,i,k}) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{л},i,k})t_{k,l} + \pi\vartheta_{\text{НС},i,k} + \varphi_{0,i,k} + \psi_{B,i}(\mathbf{a}) + \omega_{B,\psi,i}t), \\
 s_{C,i,k,l} &= \sum_{i=1}^n Ah_{\text{лк},i}(t_{k,l} - \tau_{C,i,k}) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{л},i,k})t_{k,l} + \pi\vartheta_{\text{НС},i,k} + \varphi_{0,i} + \psi_{C,i}(\mathbf{a}) + \omega_{C,\psi,i}t).
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

В (14) параметры $\varphi_{0,i,k}$ и $\vartheta_{\text{НС},i,k}$ являются неинформативными. Поэтому рассмотрим усредненную по данным параметрам функцию правдоподобия

$$p(\mathbf{Y}_{k-1,l}^k | \mathbf{X}_k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} p(\mathbf{Y}_{k-1,l}^k | \mathbf{X}_k, \varphi_{0,i,k}, \vartheta_{\text{НС},i,k}, i = \overline{1, n}) d\varphi_{0,1,k} \dots d\varphi_{0,n,k} = c \prod_{i=1}^n I_0\left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_i(\mathbf{a})\right),
 \tag{15}$$

где $I_0(x)$ – функции Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента;

$$X_i^2(\mathbf{a}_{k-1}) = X_{c,i}^2(\mathbf{a}_{k-1}) + X_{s,i}^2(\mathbf{a}_{k-1}),
 \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 X_{c,i}(\mathbf{a}_{k-1}) &= \sum_{l=1}^M \left[\left(y_{A,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{A,i,k-1}) \cos(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{A,\psi,i,k-1})(l-1)T_d + \psi_{A,i}(\mathbf{a})) + \right. \right. \\
 &+ y_{B,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{B,i,k-1}) \cos(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} - \omega_{B,\psi,i,k-1})(l-1)T_d + \psi_{B,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) \Big) + \\
 &+ \left. y_{C,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{C,i,k-1}) \cos(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{C,\psi,i,k-1})(l-1)T_d + \psi_{C,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) \right],
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 X_{s,i}(\mathbf{a}_{k-1}) &= \sum_{l=1}^M \left[\left(y_{A,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{A,i,k-1}) \sin(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{A,\psi,i,k-1})(l-1)T_d + \psi_{A,i}(\mathbf{a})) + \right. \right. \\
 &+ y_{B,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{B,i,k-1}) \sin(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} - \omega_{B,\psi,i,k-1})(l-1)T_d + \psi_{B,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) \Big) + \\
 &+ \left. y_{C,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{C,i,k-1}) \sin(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} - \omega_{C,\psi,i,k-1})(l-1)T_d + \psi_{C,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) \right].
 \end{aligned}$$

Представим (17) в виде

$$\begin{aligned}
 X_{c,i}(\mathbf{a}_{k-1}) &= I_{A,i,k} \cos(\psi_{A,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + I_{B,i,k} \cos(\psi_{B,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + I_{C,i,k} \cos(\psi_{C,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) - \\
 &- (Q_{A,i,k} \sin(\psi_{A,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + Q_{B,i,k} \sin(\psi_{B,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + Q_{C,i,k} \sin(\psi_{C,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}))) \\
 X_{s,i}(\mathbf{a}_{k-1}) &= Q_{A,i,k} \cos(\psi_{A,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + Q_{B,i,k} \cos(\psi_{B,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + Q_{C,i,k} \cos(\psi_{C,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + \\
 &+ (I_{A,i,k} \sin(\psi_{A,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + I_{B,i,k} \sin(\psi_{B,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) + I_{C,i,k} \sin(\psi_{C,i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}))),
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

где

$$\begin{aligned}
 I_{A,i,k} &= \sum_{l=1}^M y_{A,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{A,i,k-1}) \cos(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{A,\psi,i,k-1})(l-1)T_d), \\
 I_{B,i,k} &= \sum_{l=1}^M y_{B,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{B,i,k-1}) \cos(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{B,\psi,i,k-1})(l-1)T_d), \\
 I_{C,i,k} &= \sum_{l=1}^M y_{C,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{C,i,k-1}) \cos(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{C,\psi,i,k-1})(l-1)T_d), \\
 Q_{A,i,k} &= \sum_{l=1}^M y_{A,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{A,i,k-1}) \sin(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{A,\psi,i,k-1})(l-1)T_d), \\
 Q_{B,i,k} &= \sum_{l=1}^M y_{B,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{B,i,k-1}) \sin(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{B,\psi,i,k-1})(l-1)T_d), \\
 Q_{C,i,k} &= \sum_{l=1}^M y_{C,i}(t_{k-1,l}) h_{\text{лк},i}(t - \tau_{C,i,k-1}) \sin(\omega_0 t_{k-1,l} + (\omega_{\text{л},i,k-1} + \omega_{C,\psi,i,k-1})(l-1)T_d),
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Отметим, что корреляционные интегралы (19) необходимо вычислять в единой шкале времени. Подставляя (16) в (14) и проделав необходимые преобразования, получаем

$$X_i^2(\mathbf{a}_{k-1}) = I_{A_i,k}^2 + Q_{A_i,k}^2 + I_{B_i,k}^2 + Q_{B_i,k}^2 + I_{C_i,k}^2 + Q_{C_i,k}^2 + 2 \cos(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{B_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} I_{B_i,k} + Q_{A_i,k} Q_{B_i,k}) + 2 \sin(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{B_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} Q_{B_i,k} - Q_{A_i,k} I_{B_i,k}) + 2 \cos(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{C_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} I_{C_i,k} + Q_{A_i,k} Q_{C_i,k}) + 2 \sin(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{C_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} Q_{C_i,k} - Q_{A_i,k} I_{C_i,k}) + 2 \cos(\psi_{B_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{C_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{B_i,k} I_{C_i,k} + Q_{B_i,k} Q_{C_i,k}) + 2 \sin(\psi_{B_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{C_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{B_i,k} Q_{C_i,k} - Q_{B_i,k} I_{C_i,k}). \quad (20)$$

Введем вектор $\Psi = |\psi_{A_1} \dots \psi_{A_n} \psi_{B_1} \dots \psi_{B_n} \psi_{C_1} \dots \psi_{C_n}|^T$ и матрицу \mathbf{c} такую, что $\alpha = \mathbf{cX}$.

Преобразуем производную

$$\frac{\partial F_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial F_k(\Psi(\mathbf{a}_k))}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial F_k(\mathbf{a}_k)}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \mathbf{c}. \quad (21)$$

Рассмотрим

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_k(\Psi(\mathbf{a}_k))}{\partial \Psi} &= \frac{\partial}{\partial \Psi} \left[\sum_{i=1}^n \left(\ln I_0 \left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_i(\mathbf{a}) \right) \right) \right] = \\ &= \left| \frac{\partial}{\partial \psi_{A_1}} \left(\ln I_0 \left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_1(\mathbf{a}) \right) \right) \dots \frac{\partial}{\partial \psi_{B_1}} \left(\ln I_0 \left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_n(\mathbf{a}) \right) \right) \dots \frac{\partial}{\partial \psi_{C_n}} \left(\ln I_0 \left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_n(\mathbf{a}) \right) \right) \right|. \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\frac{\partial}{\partial \psi_{A(B,C)i}} \left(\ln I_0 \left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_i(\mathbf{a}) \right) \right) = \frac{I_1 \left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_i(\mathbf{a}) \right)}{I_0 \left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_i(\mathbf{a}) \right)} \frac{A}{\sigma_n^2} \frac{\partial X_i(\mathbf{a})}{\partial \psi_{A(B,C)i}} \quad (23)$$

– дискриминатор разности фаз.

Производная $\frac{\partial X_i(\mathbf{a})}{\partial \psi_{A(B,C)i}}$ получается дифференцированием (20) по соответствующему параметру $\psi_{A(B,C)i}$ и,

например, для ψ_{A_i} имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_i(\mathbf{a})}{\partial \psi_{A_i}} &= \frac{1}{2X_i(\mathbf{a})} \frac{\partial X_i^2(\mathbf{a})}{\partial \psi_{A_i}} = \frac{1}{X_i(\mathbf{a})} \left[-\sin(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{B_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} I_{B_i,k} + Q_{A_i,k} Q_{B_i,k}) + \right. \\ &+ \cos(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{B_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} Q_{B_i,k} - Q_{A_i,k} I_{B_i,k}) - \\ &- \sin(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{C_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} I_{C_i,k} + Q_{A_i,k} Q_{C_i,k}) + \\ &\left. + \cos(\psi_{A_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \psi_{C_i,k-1}(\mathbf{a}_{k-1})) (I_{A_i,k} Q_{C_i,k} - Q_{A_i,k} I_{C_i,k}) \right]. \end{aligned}$$

Запишем фазы $\psi_{A,i}(\mathbf{a})$, $\psi_{B,i}(\mathbf{a})$, $\psi_{C,i}(\mathbf{a})$ с учетом (1), (4) в виде

$$\psi_{A,i}(\mathbf{a}) = \frac{2\pi/\mu_{HC,i}^T \mathbf{U}_c^3(\mathbf{a}) \mathbf{I}_{AO_c,c}}{\lambda}, \quad \psi_{B,i}(\mathbf{a}) = \frac{2\pi/\mu_{HC,i}^T \mathbf{U}_c^3(\mathbf{a}) \mathbf{I}_{BO_c,c}}{\lambda}, \quad \psi_{C,i}(\mathbf{a}) = \frac{2\pi/\mu_{HC,i}^T \mathbf{U}_c^3(\mathbf{a}) \mathbf{I}_{CO_c,c}}{\lambda}. \quad (24)$$

Представим вектор Ψ в виде $\Psi = |\Psi_A^T \quad \Psi_B^T \quad \Psi_C^T|^T$, где $\Psi_{A(B,C)} = |\psi_{A_1} \dots \psi_{A_n}|^T$, и запишем производную $\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha}$ в

виде блочной матрицы $\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_A}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \Psi_B}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \Psi_C}{\partial \alpha} \end{pmatrix}$,

где

$$\frac{\partial \Psi_A}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_{A1}}{\partial \alpha} \\ \dots \\ \frac{\partial \psi_{An}}{\partial \alpha} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \Psi_B}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_{B1}}{\partial \alpha} \\ \dots \\ \frac{\partial \psi_{Bn}}{\partial \alpha} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \Psi_C}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_{C1}}{\partial \alpha} \\ \dots \\ \frac{\partial \psi_{Cn}}{\partial \alpha} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Рассмотрим производную

$$\frac{\partial \psi_{Ai}}{\partial \alpha} = \frac{2\pi L_{AO_c} \mu_{HC,i}^T}{\lambda} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{AO_c,c} \right). \quad (26)$$

Введем матрицу

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mu_{HC,1}^T \\ \mu_{HC,2}^T \\ \dots \\ \mu_{HC,n}^T \end{bmatrix}.$$

Тогда с учетом (25), (26) можно записать выражение

$$\frac{\partial \Psi_A}{\partial \alpha} = \frac{2\pi L_{AO_c}}{\lambda} \mathbf{M} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{AO_c,c} \right). \quad (27)$$

Аналогичные выражения можно записать для производных

$$\frac{\partial \Psi_B}{\partial \alpha} = \frac{2\pi L_{BO_c}}{\lambda} \mathbf{M} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{BO_c,c} \right), \quad \frac{\partial \Psi_C}{\partial \alpha} = \frac{2\pi L_{CO_c}}{\lambda} \mathbf{M} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{CO_c,c} \right). \quad (28)$$

Отметим, что в (27), (28) дифференцированию по углам ориентации α подлежат только элементы матрицы преобразований $U_c^3(\alpha)$.

С учетом полученных выражений запишем

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{bmatrix} L_{AO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{AO_c,c} \right) \\ L_{BO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{BO_c,c} \right) \\ L_{CO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{CO_c,c} \right) \end{bmatrix}.$$

Тогда (21) представим в виде

$$\frac{\partial F_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial F_k(\alpha_k)}{\partial \Psi} \begin{bmatrix} L_{AO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{AO_c,c} \right) \\ L_{BO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{BO_c,c} \right) \\ L_{CO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{CO_c,c} \right) \end{bmatrix} \mathbf{c}. \quad (29)$$

Подставляя (29) в (9), запишем уравнение для оценки вектора состояния

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_k &= \tilde{\mathbf{X}}_k + \mathbf{D}_{X,k} \mathbf{c}^T \begin{bmatrix} L_{AO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{AO_c,c} \right) \\ L_{BO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{BO_c,c} \right) \\ L_{CO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{CO_c,c} \right) \end{bmatrix}^T \left(\frac{\partial F_k(\alpha_k)}{\partial \Psi} \right)^T = \tilde{\mathbf{X}}_k + \mathbf{D}_{X,k} \mathbf{c}^T \begin{bmatrix} L_{AO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{AO_c,c} \right) \\ L_{BO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{BO_c,c} \right) \\ L_{CO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(U_c^3(\alpha) I_{CO_c,c} \right) \end{bmatrix}^T \mathbf{u}_{\Psi,k} = \\ &= \tilde{\mathbf{X}}_k + \mathbf{D}_{X,k} \mathbf{c}^T \mathbf{u}_{\Psi,k}, \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\mathbf{u}_{\Delta\psi,k} = \left(\frac{\partial F_k(\boldsymbol{\alpha}_k)}{\partial \boldsymbol{\psi}} \right)^T, \tag{31}$$

– вектор дискриминаторов разностей фаз по сигналам видимых НС;

$$\mathbf{u}_{\Delta\alpha,k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} L_{AO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \left(\mathbf{U}_c^3(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{I}_{AO_c,c} \right) \\ L_{BO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \left(\mathbf{U}_c^3(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{I}_{BO_c,c} \right) \\ L_{CO_c} \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \left(\mathbf{U}_c^3(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{I}_{CO_c,c} \right) \end{pmatrix}^T \mathbf{u}_{\Delta\psi,k} \tag{32}$$

– вектор дискриминаторов по углам ориентации.

Обобщенная структурная схема одноэтапной когерентно-некогерентной системы фильтрации углов ориентации объекта приведена на рис. 2.

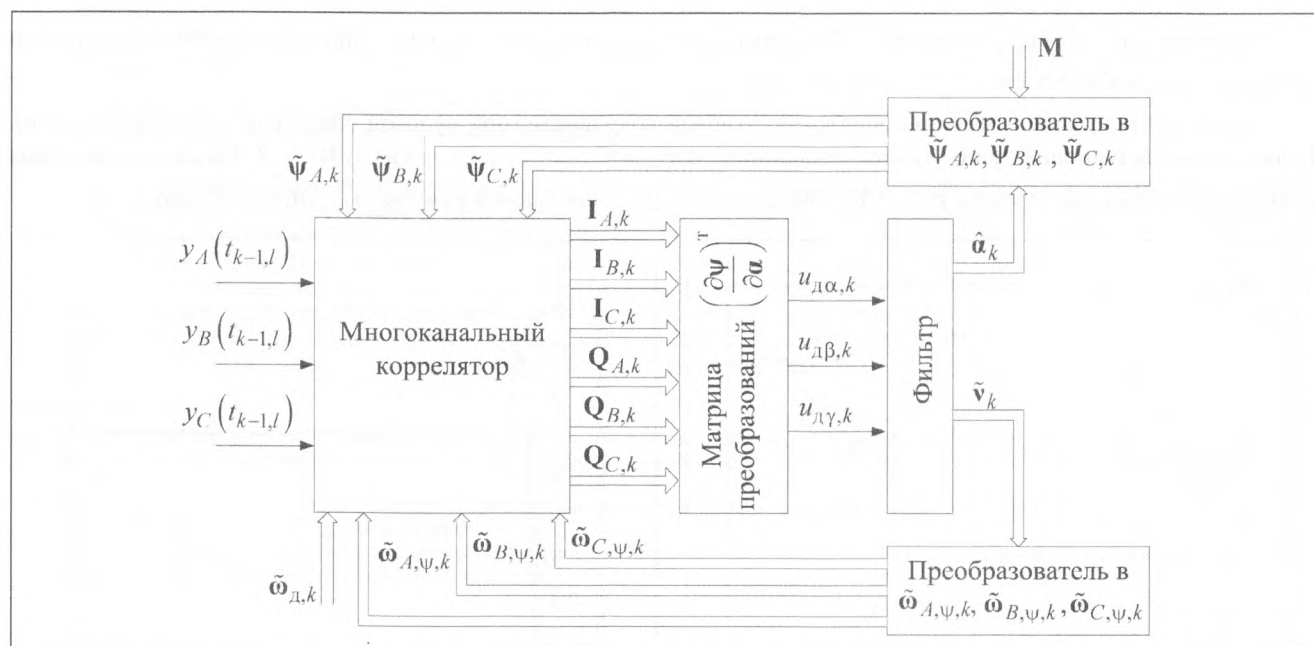


Рис. 2

Синтезированный алгоритм одноэтапной когерентно-некогерентной фильтрации углов ориентации объекта моделировался на ЭВМ. Для наглядности приведем результаты упрощенного варианта. Положим, что треугольник ABC — равнобедренный с длиной стороны l , точка O_c СК $O_c X_c Y_c Z_c$ расположена в середине линии AB , ось $O_c X_c$ направлена к точке B , а ось $O_c Y_c$ — к точке C . Объект вращается только вокруг оси $O_c Y_c$.

При моделировании полагаем $V_0 = 300$ м/с; $a_0 = 40$ м/с²; $\nu = \frac{2\pi}{5 \times 60}$, $\tilde{q}_{c/n_0} = 40$ дБГц, $l = 1,5$ м.

В следящей системе (20) будем использовать фильтр с постоянными параметрами, коэффициентами усиления $K_1 = K_{1н}T$, $K_2 = K_{2н}T$, $K_{2н} = (\Delta f_{cc}/0,53)^2$, $K_{1н} = \sqrt{2K_{2н}}$, где Δf_{cc} — полоса пропускания следящей системы (СС).

Полагаем, что ошибки по доплеровским частотам отсутствуют. Рассмотрим сначала случай нулевых начальных ошибок по углу и угловой скорости. Положим $\Delta f_{cc} = 2$ Гц, а число НС – 8 равномерно распределенных по углу в зоне видимости. На рис. 3 представлена реализация ошибки слежения по углу; СКО оценки $\sigma_\beta = 0,75$ угл. мин.

Сузим полосу пропускания СС $\Delta f_{cc} = 0,5$ Гц. На рис. 4 приведена реализация ошибки слежения по углу; СКО оценки $\sigma_\beta = 0,34$ угл. мин.

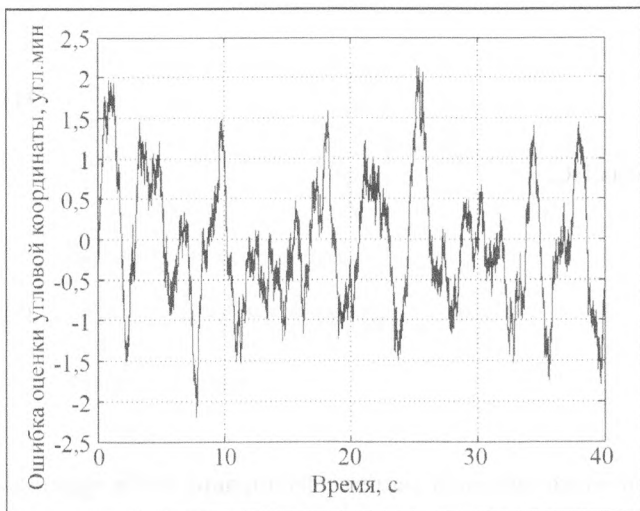


Рис. 3

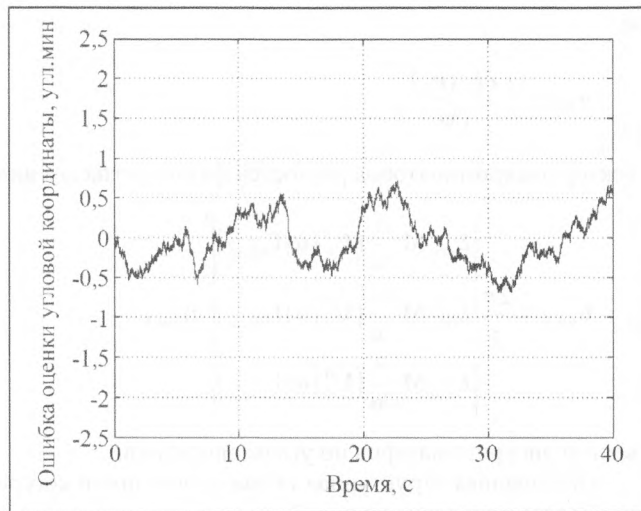


Рис. 4

Положим $\Delta f_{cc} = 2$ Гц, а число НС – 2 (первые 2 из предыдущих 8). На рис. 5 приведена реализация ошибки слежения по углу; СКО оценки $\sigma_\beta = 5,48$ угл. мин.

Рассмотрим влияние начальной ошибки по угловой координате (при нулевой ошибке по угловой скорости). Положим начальную ошибку по угловой координате $\Delta\beta_{нач} = 5^\circ$, $\Delta f_{cc} = 2$ Гц, а число НС – 8. На рис. 6 приведена реализация ошибки слежения по углу. СКО оценки угла в установившемся режиме $\sigma_\beta = 0,77$ угл. мин.

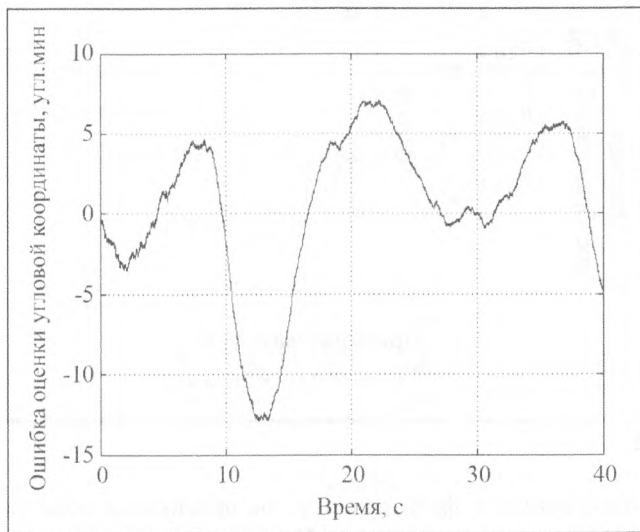


Рис. 5

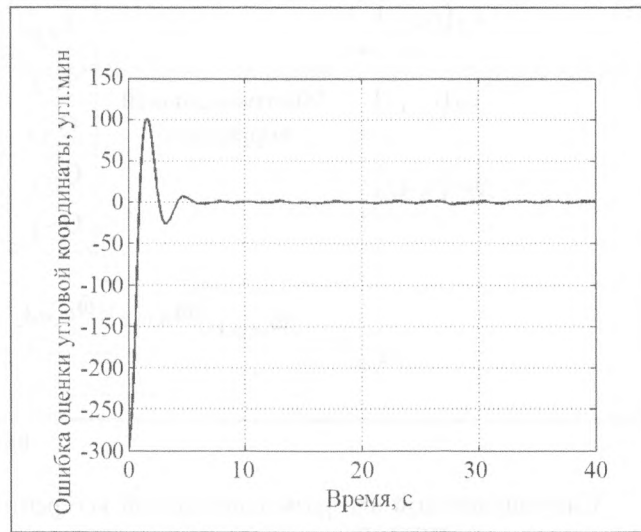


Рис. 6

Из приведенных результатов моделирования следует, что одноэтапный алгоритм фильтрации углов ориентации объекта успешно работает в различных тактических ситуациях. Отметим также следующее: в синтезированном алгоритме оценивания углов ориентации объекта отсутствуют следящие системы за разностями фаз принимаемых сигналов, как это имело место в алгоритмах, описанных в [1, 3]; в синтезированном алгоритме оценивания углов ориентации объекта отсутствуют процедуры разрешения неоднозначности фазовых измерений по сигналам НС.

- Проведен синтез оптимального одноэтапного когерентно-некогерентного алгоритма определения угловой ориентации объекта по сигналам спутниковой радионавигационной системы, в котором отсутствуют следящие системы за фазами принимаемых сигналов, что обеспечивает повышение его помехоустойчивости при сохранении высокой точности оценки углов ориентации. Приведены результаты моделирования, из которых следует, что при длине базовой линии $l = 1,5$ м возможно достижение СКО ошибки оценки углов ориентации порядка $0,5 \dots 0,7$ угл. мин.

Литература

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. Издание 4-е. / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника. 2010. 800 с.
2. Перов А.И. Оптимальная фильтрация разности фаз двух сигналов СРНС, принятых в двух пространственно разнесенных точках // Радиотехника. 2008. № 8. С. 76-82.
3. Перов А.И., Корогодин И.В. Комбинированная когерентно-некогерентная система определения углов ориентации объекта по сигналам спутниковых радионавигационных систем // Радиотехника. 2009. № 7. С. 33-40.
4. Перов А.И. Одноэтапный когерентно-некогерентный алгоритм определения угловой ориентации базовой линии по сигналам спутниковой радионавигационной системы // Электромагнитные волны и электронные системы. 2014. № 3. С. 19-25.

Поступила 30 июля 2014 г.

One-stage coherent-noncoherent algorithm of object attitude estimation using satellite navigation radio signals

© Authors, 2014

© Radiotekhnika, 2014

A.I. Perov – Dr.Sc. (Eng.), professor, Chief of Radio System Department, National Research University «Moscow Power Engineering Institute»

There is considered a task of synthesis of one-stage coherent-noncoherent algorithm of object angular attitude estimation using satellite navigation radio signals. Optimal filtering theory is used for this purpose. There is introduced the description of the dynamic of received signal phase relative to the center of the base line. In this case phase dynamic is caused by angular motion of base line. When in use of synthesis of the coherent-noncoherent algorithm there is performed averaging over common phase corresponded to the center of the base line. This provides noise stability of the receiver. Meanwhile in the synthesized algorithm information about angular attitude is produced from phase difference of signals received at spaced points. This provides high accuracy of angular attitude determination. The efficiency of the synthesized algorithm is illustrated. Using simulation it is shown that angle estimation accuracy can reached less then 0,5 – 0,7 angular minutes using 1,5 meter base lines.

References

1. GLONASS. Principy' postroeniya i funkcionirovaniya. Izdanie 4-e. / pod red. A.I. Perova, V.N. Xarisova. M.: Radiotekhnika. 2010. 800 s.
2. Perov A.I. Optimal'naya fil'tracziya raznosti faz dvux signalov SRNS, prinyaty'x v dvux prostranstvenno raznesenny'x tochkax // Radiotekhnika. 2008. № 8. S. 76-82.
3. Perov A.I., Korogodin I.V. Kombinirovannaya kogerentno-nekogerentnaya sistema opredeleniya uglov orientaczii ob'ekta po signalam sputnikovy'x radionavigaczionny'x sistem // Radiotekhnika. 2009. № 7. S. 33-40.
4. Perov A.I. Odnoe'tapny'j kogerentno-nekogerentny'j algoritm opredeleniya uglovoj orientaczii bazovoj linii po signalam sputnikovoj radionavigaczionnoj sistemy' // E'lektromagnitny'e volny' i e'lektronny'e sistemy'. 2014. S. 19-25.