

Занятие 2.

Статистическое описание сигналов, сообщений и помех

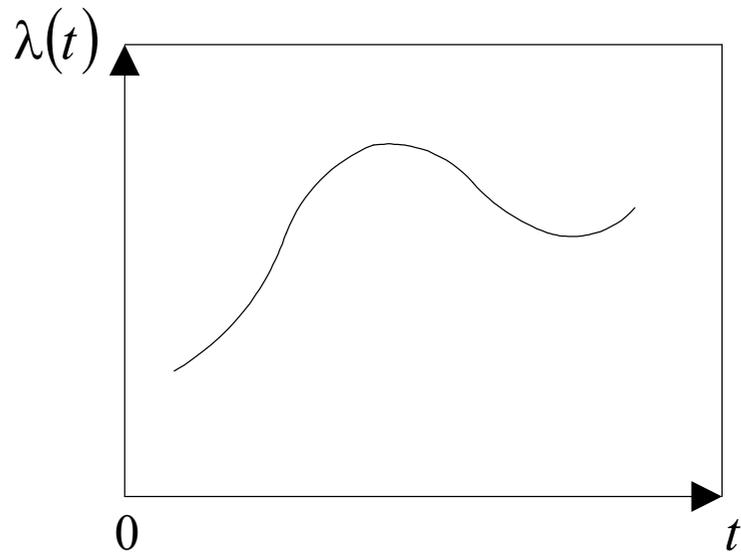
Сообщение – совокупность знаков, символов, параметров, отображающих ту или иную информацию

Сигнал – физический процесс, несущий передаваемое сообщение

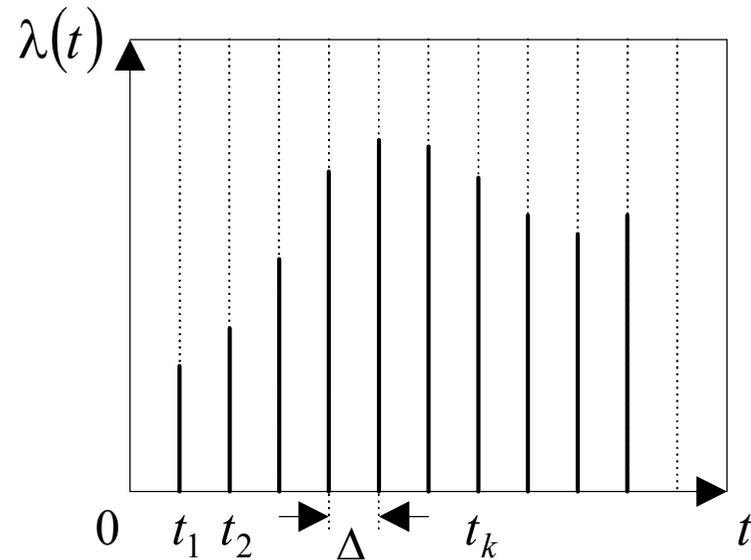
Модуляция – процесс изменения параметров сигнала

Помеха – мешающий неинформативный сигнал

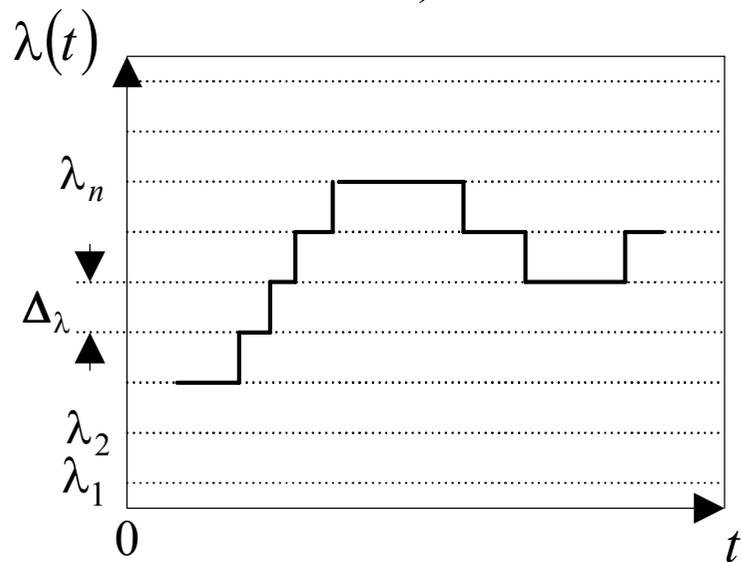
Виды сообщений



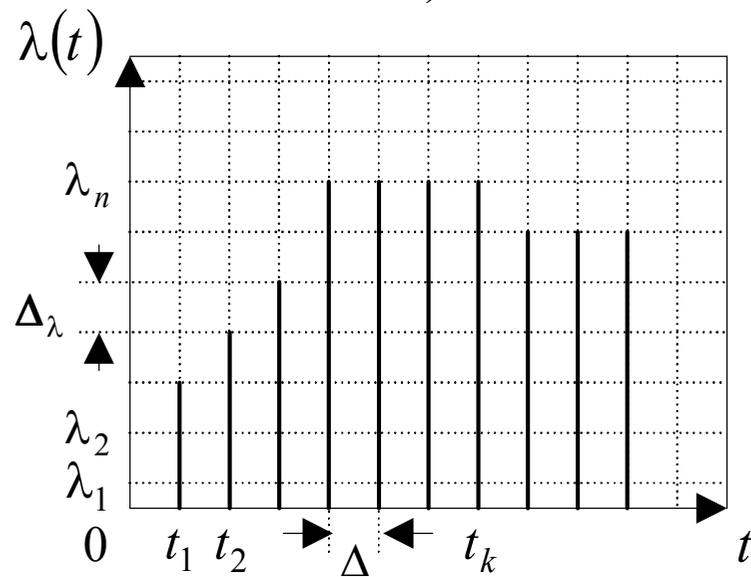
a)



б)



в)



г)

Узкополосные сигналы

Общий вид записи узкополосного сигнала:

$$S(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \operatorname{Re} \left[A(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \right]$$

Комплексная амплитуда сигнала:

$$\dot{S}(t) = A(t) e^{j\varphi(t)}$$

Пример стат. описания сигнала: дрейф фазы опорного генератора при формировании «немодулированной» несущей (CW)

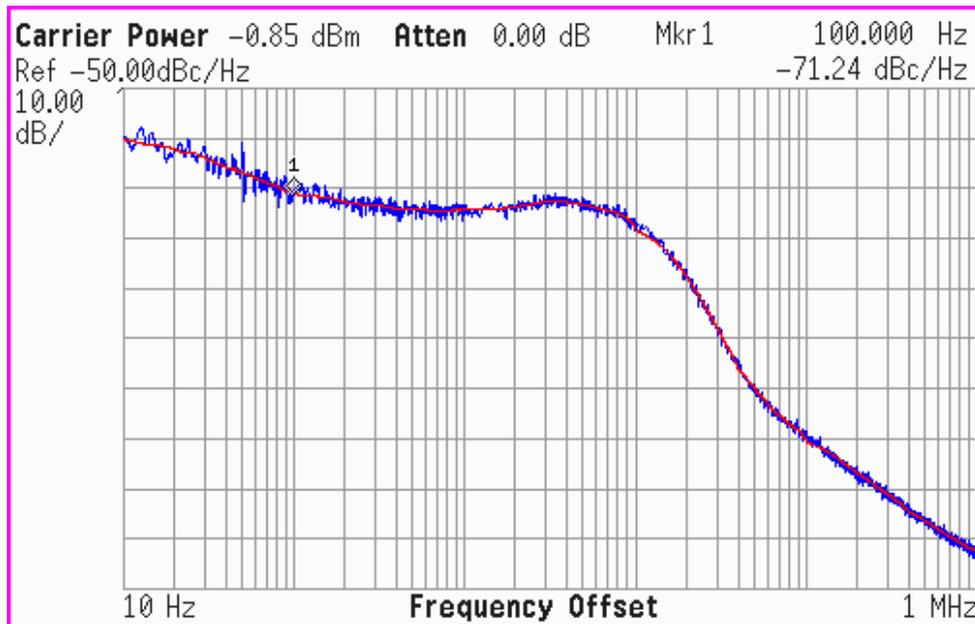
$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t)$$

$$\dot{S}(t) = A_0 e^{j\varphi(t)}$$

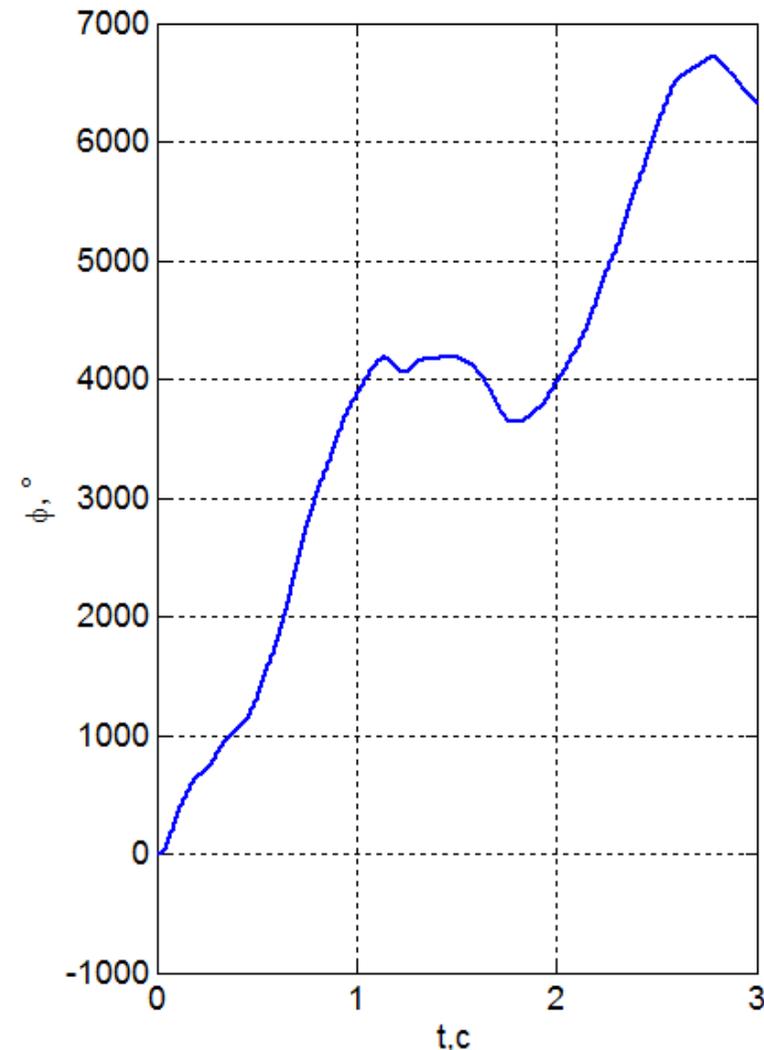
$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \xi_\omega(t) \text{ - БГШ с односторонней спектральной плотностью } N_\omega$$

Продолжение примера - дрейф фазы ОГ

Спектр процесса дрейфа фазы



Дрейф фазы во временной области



«Чистая»
несущая



Несущая с
нестабильным ОГ



Случайные параметры принимаемого радиосигнала

Пример: принимаемый сигнал в РЛС

$$y(t) = A \cdot G(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega)(t - \tau) + \varphi_0) + n(t)$$

$$n(t) \subset N(0, \sigma_n), \quad \tau \subset U(\tau_{\min}, \tau_{\max}),$$

$$\omega \subset U(\omega_{\min}, \omega_{\max}), \quad A = \frac{K_0}{(c\tau)^4}, \quad \varphi_0 \subset U(-\pi, \pi)$$

Статистические модели сообщений

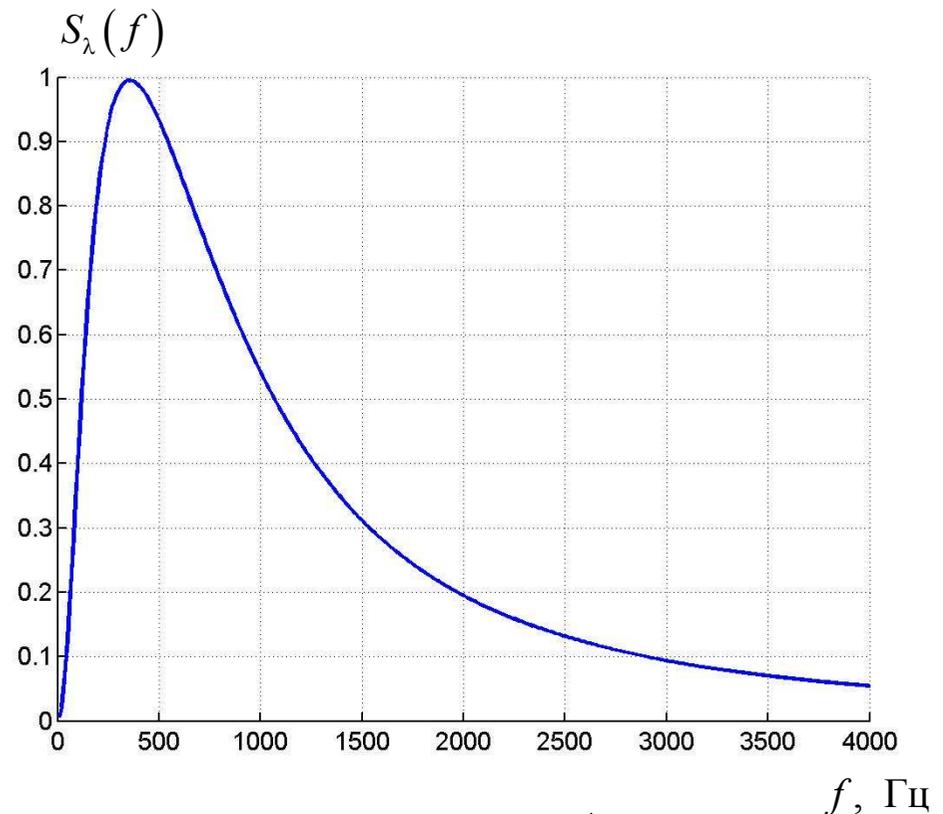
$\lambda(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t)$ - сообщение λ , отображаемое в пространстве состояний \mathbf{x}

Пример 1: речь

$$\frac{dx_1}{dt} = -\alpha_1 x_1 + Q_0[-\alpha_2 x_2 + \alpha_2 \xi(t)]$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\alpha_2 x_2 + \alpha_2 \xi(t)$$

$$\mathbf{x} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}, \quad \lambda(t) = x_1(t) \Rightarrow \mathbf{c} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix}$$



$\xi(t)$ – белый гауссовский шум с двусторонней спектральной плотностью $N_\xi/2$.

Пример 2: задержка радионавигационного сигнала

$$y(t) = A \cdot G(t - \tau(t)) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) + n(t)$$

$$\lambda(t) \equiv \tau(t) = R(t) / c$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 - \frac{\omega_0}{c} R(t), \quad \varphi_0 \subset U(-\pi, \pi)$$

Статистическая модель изменения дальности $R(t)$:

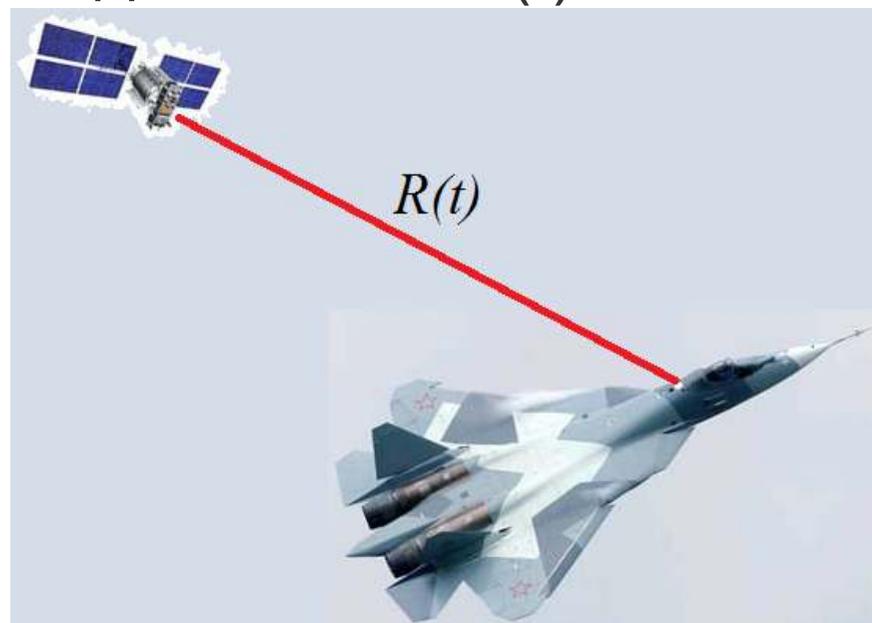
$$\frac{dR}{dt} = V(t),$$

$$\frac{dV}{dt} = a(t),$$

$$\frac{da}{dt} = -\alpha a(t) + \alpha \xi(t),$$

$\xi(t)$ – БГШ с односторонней СПМ N_ξ

$$\begin{aligned} 1/\alpha &= 1 \dots 60 \text{ с} \\ \sigma_a &= \sqrt{\alpha N_\xi / 4} = 1 \dots 50 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$



Векторно-матричное описание стат. модели $R(t)$

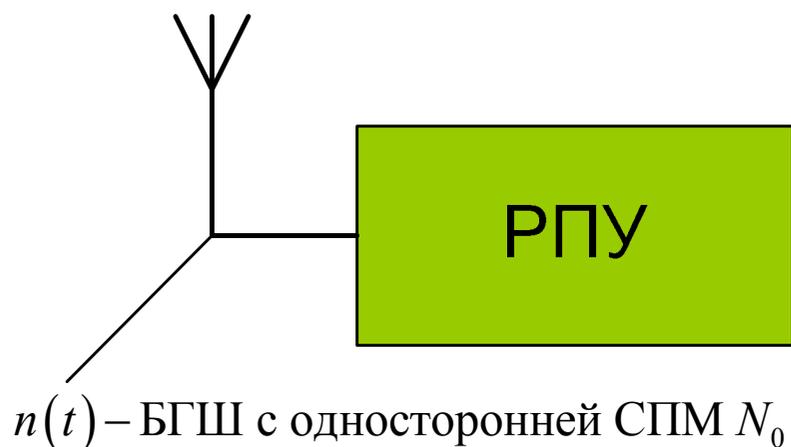
$$\mathbf{x} = \begin{vmatrix} R & V & a \end{vmatrix}^T, \quad R(t) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \mathbf{x}$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\xi(t)$$

$$\mathbf{F} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{vmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{vmatrix}$$

Статистические модели помех

1. Внутренний шум приемника

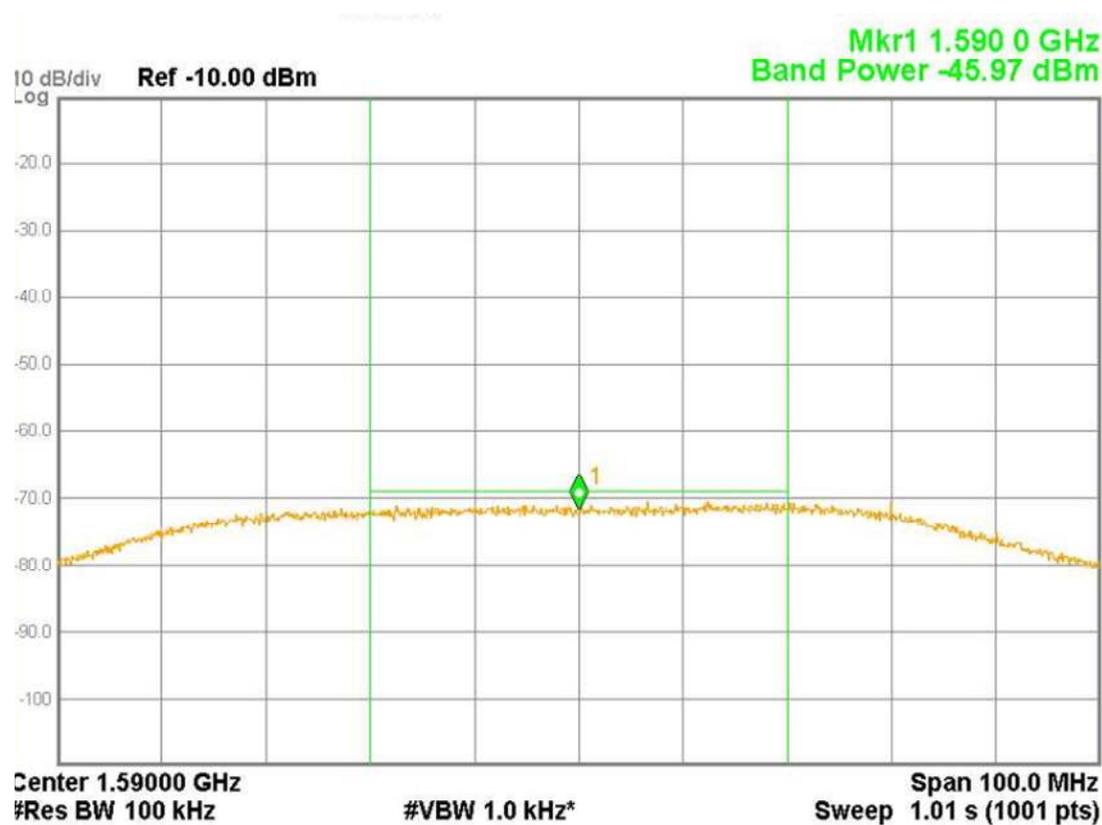


$$N_0 = kT_{\text{ш}} = kT_0 K_{\text{ш}}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \quad \text{Вт}/(\text{Гц} \cdot \text{К})$$

$$T_0 = 300\text{K}$$

$$K_{\text{ш}} = 2 \dots 3$$

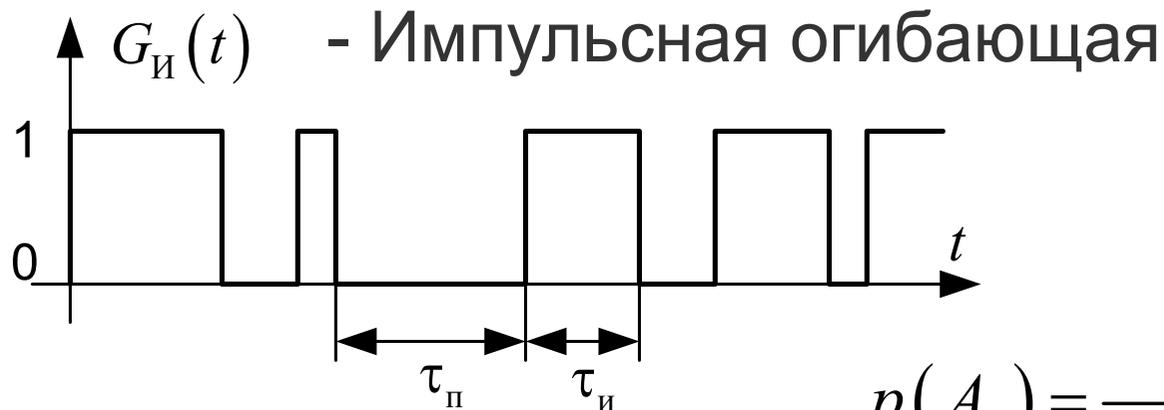


Узкополосные импульсные помехи

$$S_{\Pi}(t) = A_{\Pi}(t) G_{\text{И}}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_{\Pi}(t))$$

$A_{\Pi}(t)$ и $\varphi_{\Pi}(t)$ – случайные амплитуда и фаза помехи

$\frac{d\varphi_{\Pi}}{dt} = \xi(t)$ - винеровский процесс с гауссовской ПВ



$$\tau_{\text{И}} \subset U(\tau_{\text{И,мин}}, \tau_{\text{И,макс}})$$

$$\tau_{\text{П}} \subset U(\tau_{\text{П,мин}}, \tau_{\text{П,макс}})$$

$$p(A_{\Pi}) = \frac{\nu}{2^{3/2} \sigma_{\Pi} \Gamma(1/\nu)} \exp\left(-\frac{|A_{\Pi}|^{\nu}}{2^{\nu/2} \sigma_{\Pi}^{\nu}}\right)$$

$$\nu = 0,5 \dots 2$$